

STUDIA METODOLOGICZNE

Ewa ŁAŻNIEWSKA, Tomasz GÓRECKI

Analiza konwergencji podregionów za pomocą łańcuchów Markowa

Artykuł ma charakter teoretyczno-empiryczny. W opracowaniu zaprezentowano metodologię badań procesów konwergencji oraz skupiono uwagę na jednej z metod analizy konwergencji regionalnej za pomocą łańcuchów Markowa. W końcowej części artykułu zaprezentowano wyniki analizy łańcuchów Markowa na przykładzie polskich podregionów w latach 1999—2008. Do celów analiz regionalnych używane są dwa rodzaje terminów: „konwergencja zewnętrzna” rozumiana jako doganianie przez gospodarkę średniej UE oraz „konwergencja wewnętrzna” bądź regionalna, czyli redukcja różnic wewnątrz danej gospodarki. Ze względu na ograniczone możliwości objętości artykułu skoncentrowano się na konwergencji wewnętrznej.

PROCES KONWERGENCJI — METODOLOGIA BADAŃ

Konwergencją (zbieżnością, upodabnianiem się) najczęściej określane jest relatywnie szybszy rozwój biedniejszych krajów (regionów) w stosunku do krajów (regionów) bogatszych, powodujący redukcję różnic pomiędzy nimi. Zjawisko przeciwne — zwiększanie się różnic — nazywane jest dywergencją (rozbieżnością, polaryzacją). Zróżnicowanie rozwoju gospodarczego regionów staje

się jednym z ważniejszych nurtów badawczych współczesnej ekonomii. Globalizacja prowadzi z jednej strony do zwiększenia zróżnicowania regionalnego, z drugiej natomiast wyzwala procesy konwergencji.

W literaturze występują dwie główne koncepcje konwergencji¹ — typu sigma (σ) oraz typu beta (β). Pierwsza z nich zachodzi, kiedy zmienność dochodu *per capita* (lub innego zjawiska) między regionami (krajami) zmniejsza się w miarę upływu czasu. Beta konwergencja dotyczy natomiast zależności między przeciętną stopą wzrostu PKB na mieszkańca i jego początkowym poziomem. Występuje ona w literaturze w dwóch wariantach — jako konwergencja bezwzględna (absolutna) i warunkowa². Ta pierwsza sugeruje, że kraje (regiony) upodabniają się do siebie niezależnie od warunków początkowych i dążą do tego samego stanu wzrostu zrównoważonego. Innymi słowy, kraje (regiony) biedne rozwijają się szybciej niż bogate, a wzrost ich realnego PKB na mieszkańca jest tym większy, im niższy jest początkowy poziom PKB *per capita* (tempo wzrostu regionów jest odwrotnie proporcjonalne do wyjściowego poziomu rozwoju). Dzięki temu kraje (regiony) biedniejsze nadrabiają zapóźnienia rozwojowe.

Konwergencja warunkowa oznacza, że upodabniają się do siebie kraje (regiony) o podobnych parametrach strukturalnych (np. średni poziom wykształcenia,

¹ Sala-i-Martin (1990).

² Sala-i-Martin (1996), s. 1019—1036.

struktura dochodu), a tym samym kraje (regiony) o rozmaitych cechach wykazują tendencję dążenia do osiągnięcia różnych długookresowych poziomów dochodu (być może nawet każdy kraj zdąża do swojego ustalonego stanu, który zależy od cech jego gospodarki). Zbliżanie się do różnych stanów równowagi nie jest równoznaczne ze zmniejszaniem się różnic w dochodzie *per capita* między krajami i regionami, mimo że konwergencja następuje. Zatem dysproporcje w stopniu ich rozwoju mogą się utrzymywać. Ponadto konwergencja beta i sigma nie mówią nic o mobilności wewnątrz rozkładów prawdopodobieństwa PKB *per capita*.

Według klasycznej analizy konwergencji beta występowanie negatywnej zależności pomiędzy stopą wzrostu i początkowym dochodem oznacza występowanie konwergencji. Metoda ta była krytykowana przez Friedmana (1992) oraz Quaha (1993). Stwierdzali oni, że fakt szybszego rozwoju biednych regionów niż bogatych nie musi świadczyć o zmniejszaniu się dystansu między nimi. Może występować powszechnie znany w statystyce paradoks Galtona. Mianowicie, ujemny współczynnik kierunkowy funkcji regresji nie implikuje zmniejszania się zmienności rozkładu (istnieje taka możliwość nawet w przypadku dywergencji). Wynika to z faktu, że na rozwój regionów mają wpływ czynniki losowe. Paradoks polega tu na błędnej interpretacji chwilowych zmian obserwacji skrajnych jako przesłanek świadczących o konwergencji. Zauważyli oni również, że klasyczna analiza konwergencji nie umożliwia obserwacji pełnego rozkładu i jego ewolucji, jak również nie jest możliwe uchwycenie występowania konwergencji „klubów”³ (polaryzacji). Z tych powodów zaproponowano metody analizy pełnego rozkładu. Jedną z nich jest analiza macierzy przejścia z wykorzystaniem metodologii zapożyczonych z łańcuchów (procesów) Markowa⁴.

W przypadku analizy łańcuchów Markowa zbiór możliwych stanów wartości musi być dyskretny. Niech K oznacza zbiór m możliwych wartości⁵, taki że:

$$\bigcup_{i=1}^m K_i = K \quad K_i \cap K_j = \emptyset \quad \text{dla każdego } i, j = 1, 2, \dots, m, \quad i \neq j$$

czyli tworzy układ zupełny. Łańcuch Markowa jest określony poprzez prawdopodobieństwo przejścia, czyli warunkowy rozkład prawdopodobieństwa w wersji dyskretnej:

³ Koncepcja wprowadzona przez Baumola (1986), zgodnie z którą kraje lub regiony o podobnych cechach strukturalnych upodabniają się, ponieważ ich początkowy poziom dochodu *per capita* również jest podobny. W konsekwencji prowadzi to do powstawania „klubów”, czyli grup krajów (regionów) o bardzo podobnych parametrach strukturalnych oraz zmniejszających się różnicach w dochodzie *per capita*.

⁴ Quah (1993), s. 426—434.

⁵ PKB *per capita* dzielony jest na skończoną liczbę przedziałów. Dla tych przedziałów szacowana jest macierz przejścia, która opisuje sposób, w jaki zmienia się rozkład dochodu. Elementy macierzy odzwierciedlają prawdopodobieństwo przejścia poszczególnych regionów między określonymi klasami. Otrzymane prawdopodobieństwo informuje o procentowej liczbie regionów, które będąc początkowo w danym przedziale pozostały w nim bądź przesunęły się do innych przedziałów.

$$\pi_{ij} = P(y_{r,t} \in K_j \mid y_{r,t-1} \in K_i) \quad i, j = 1, 2, \dots, m$$

Jest to więc prawdopodobieństwo przejścia ze stanu i do stanu j . Prawdopodobieństwo to układane jest w macierz prawdopodobieństwa przejścia Π . Istotne jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że współczynnik wpadnie w konkretną klasę wartości:

$$P(y_{r,t} \in K_j) = \sum_{i=1}^m P(y_{r,t} \in K_j \mid y_{r,t-1} \in K_i) P(y_{r,t-1} \in K_i) \quad i, j = 1, 2, \dots, m$$

Wzór ten otrzymujemy z twierdzenia o prawdopodobieństwie zupełnym. Jeśli oznaczymy:

$$p_j = P(y_{r,t} \in K_j)$$

to powyższy wzór możemy zapisać następująco:

$$p_j = \sum_{i=1}^m \pi_{ij} p_i \quad i, j = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1$$

Prawdopodobieństwo to tworzy tzw. wektor prawdopodobieństwa granicznego lub inaczej ergodycznego. Wektor prawdopodobieństwa ergodycznego stanowi rozwiązanie następującego jednorodnego układu równań liniowych:

$$p = \Pi' p$$

Prawdopodobieństwo to stanowi główne narzędzie analizy konwergencji. Bardziej lub mniej jednomodalny rozkład prawdopodobieństwa (koncentracja prawdopodobieństwa w jednym z przedziałów) wskazuje na brak dowodów przeciwko konwergencji, natomiast wielomodalne rozkłady tego prawdopodobieństwa wskazują na konwergencję „klubów”. Jeżeli natomiast rozkład jego jest zbliżony do jednostajnego (podobne elementy wektora prawdopodobieństwa ergodycznego), to mamy do czynienia z dywergencją.

Macierz prawdopodobieństwa przejścia może zostać również wykorzystana do policzenia dwóch miar oceniających szybkość zbieżności. Jedną z nich jest *half-life*, czyli liczba okresów (nie lat, tylko okresów dla jakich liczyliśmy), po jakich obecny stan w połowie zbliży się do stanu stacjonarnego. Im mniejszą wartość on przyjmuje, tym lepiej. Liczymy go według wzoru:

$$half-life = \frac{-\ln 2}{\ln |\lambda_2|}$$

gdzie λ_2 oznacza drugą wartość własną macierzy prawdopodobieństwa przejścia (właśnie druga wartość własna decyduje, czy istnieje rozkład stacjonarny).

Druga miara została zaproponowana przez Pellegriniego (2002) i jest nią indeks stabilności S , który dla macierzy przejścia o wymiarze n liczymy jako:

$$S = \frac{\text{tr}(\Pi)}{n}$$

gdzie funkcja tr oznacza ślad macierzy (suma elementów na przekątnej). Przyjmuje on wartości od 0 do 1. Duża jego wartość wskazuje na stabilny proces, w którym szansa zmiany stanu jest raczej niewielka. Ograniczeniem opisywanej metody analizy dynamiki rozkładu z wykorzystaniem łańcuchów Markowa jest arbitralność doboru punktów rozdzielających poszczególne przedziały — różny podział może doprowadzić do różnych wyników.

ANALIZA PROCESÓW KONWERCENCJI NA POZIOMIE NTS 3 W POLSCE W OKRESIE 1999—2008

Kwestia tego, jak trwały jest dany rozkład, czy i jak szybko regiony o niższych od średniej przychodach przemieszczają się w górę oraz ku długotrwałemu, niezmiennemu rozkładowi może być analizowana przy zastosowaniu analizy łańcuchów Markowa⁶. Jeśli proces Markowa, który powinien leżeć u podstaw dynamiki rozkładu jest ergodyczny⁷, istnieje rozkład stacjonarny odpowiadający stanowi stałemu, ku któremu rozkład z czasem zbiega i który można interpretować jako projekcję rozkładu w przyszłości przy danym procesie przejściowym opisanym przez dane. Tempo konwergencji ku stanowi stałemu może być określone poprzez obliczenie okresu półtrwania procesu, to znaczy czasu potrzebnego na pokonanie połowy odległości oddzielającej obecny rozkład od rozkładu stacjonarnego. Szybkość procesu przejścia może również być badana poprzez określenie, jak długo zajmie przejście z jednego stanu do drugiego. W terminologii procesów Markowa nazywa się to średnim czasem pierwszego przejścia.

W końcu możliwe jest scharakteryzowanie stabilności procesu, to znaczy prawdopodobieństwa braku ruchu w ramach rozkładu (wskaźnik stabilności) lub zakresu, w jakim jest on wywoływany siłami konwergencji, to znaczy prawdopodobieństwa, że ruch od rozkładu początkowego do końcowego odbywa się w kierunku wzrastającej konwergencji zmierzającej ku stanowi rozkładu stacjonarnego (wskaźnik konwergencji). Oczywiście analiza ta pozwala jedynie na określenie i ocenę wartości długoterminowych efektów trendów z przeszłości. Nic nie mówi ona na temat tego, czy trendy z przeszłości mogą nadal występować.

Zastosowanie tych koncepcji do naszego przykładu daje następujące rezultaty: macierz prawdopodobieństwa przejścia mierzy ruchy w ramach rozkładu; każdy element m_{ij} przedstawia odsetek regionów PKB *per capita* przesuwających się

⁶ W badaniu procesów konwergencji P. Wójcik (2004, s. 72) wykorzystuje także łańcuchy Markowa.

⁷ Łańcuch Markowa jest ergodyczny, jeśli dla badanej zmiennej możliwe jest przesunięcie się z dowolnego stanu rozkładu do każdego innego stanu w skończonej liczbie etapów. Ergodyczność i istnienie rozkładu stacjonarnego zostają zapewnione, gdy druga co do wartości bezwzględnej wartość własna macierzy przejścia jest mniejsza od 1.

z klasy i do klasy j pomiędzy latami 1999 a 2008; wartości na przekątnej są dość wysokie, sugerując wysokie prawdopodobieństwo pozostania w tej samej klasie PKB *per capita*. Za Pellegrinim obliczono wskaźnik stabilności oparty na śladzie macierzy prawdopodobieństwa przejścia, to znaczy sumie elementów głównej przekątnej podzielonej przez wymiar macierzy. Jego wartość wynosi $\frac{6,45}{10} = 64,5\%$, co w przypadku analizy dotyczącej PKB *per capita* potwierdza stosunkowo wysoką trwałość rozkładu. Wskaźnik *half-life* w przypadku PKB *per capita* wynosi $-\frac{\ln 2}{\ln 0,931} = 9,69$, co należy interpretować w ten sposób, że za ok. 97 lat ($9,69 \times 10$ lat) różnica zmniejszy się o połowę.

Rezultaty analizy za pomocą łańcuchów Markowa są silnie zależne od dyskretnego aproksymacji zakresu wartości w rozłącznych klasach. Rzeczywiście, wybór klas w sposób wyjątkowy determinuje macierz przejścia i w rezultacie cały zakres wyników. Aby uniknąć tego problemu, często preferuje się definiowanie klas z użyciem kwantyli tak, aby każda klasa obejmowała tę samą liczbę obserwacji. Definicja klas jest zatem mniej arbitralna. Jednak podjęcie takiej decyzji też bywa dość dyskusyjne. Zostało ono jednak wybrane do zaprezentowanej analizy (podzielono zatem wszystkie wartości PKB *per capita* badanych regionów na dziesięć równolicznych klas i na tej podstawie wyznaczono macierz prawdopodobieństwa przejścia).

Najbardziej stabilne są regiony na końcu rozkładu. Około 96% regionów nie przemieściło się. Bardzo mało jest regionów „ruchliwych spadkowo”. Największy procent regionów „ruchliwych wzrostowo” znajduje się pośrodku rozkładu. Z wykresu 2 można wnioskować, że 50% regionów osiągnie w przyszłości ten najbardziej pożądany stan. Świadczyć to może także o procesie konwergencji. Awans poszczególnych regionów z różnych klas w badanym okresie jest bardzo zróżnicowany. Tablica przedstawia przejścia regionów pomiędzy klasami w okresie 1999–2008. To samo zjawisko w ujęciu przestrzennym pokazuje wyk. 4. Widać z niego, że największy obszar zajmują regiony, które oznaczono na zielono — one awansują w danym okresie (na czerwono zaznaczono regiony, które „spadają”, a na pomarańczowo regiony, które nie zmieniły swojej pozycji).

MACIERZ PRAWDOPODOBIEŃSTWA PRZEJŚCIA NA PODSTAWIE PKB *PER CAPITA* WRAZ Z WEKTOREM PRAWDOPODOBIEŃSTWA GRANICZNEGO (ostatni wiersz)

0,79	0,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,15	0,51	0,34	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	0,11	0,62	0,25	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	0,06	0,53	0,37	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	0,02	0,12	0,48	0,33	0,05	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	0,01	0,10	0,59	0,22	0,07	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,49	0,36	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,70	0,17	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,83	0,13
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,91
0,0002	0,0003	0,0008	0,0022	0,0048	0,0160	0,0331	0,0985	0,3449	0,4993

Źródło: opracowanie własne.

Wartości PKB *per capita* z lat 1999 i 2008 stanowią podstawę do wykonania wykresów. Wyraźnie widać, że podregiony z dużymi miastami prezentują się na tych wykresach najkorzystniej. Podregiony na wschodzie Polski są znacznie słabsze od innych analizowanych.

Podsumowanie

Zaprezentowana analiza Markowa może okazać się bardzo istotna. Ma ona kluczowe znaczenie dla polityki regionalnej, ponieważ pozwala na analizę pełnego rozkładu prawdopodobieństwa analizowanego wskaźnika. Dzięki temu możliwe jest zbadanie ewolucji zjawiska, wyznaczenie względnego wzbogacenia się lub zubożenia oraz stwierdzenie występowania konwergencji „klubów”, a co za tym idzie — polaryzacji.

dr hab. Ewa Łaźniewska — profesor Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu,
dr Tomasz Górecki — Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

LITERATURA

- Baumol W. J. (1986), *Productivity growth, convergence and welfare: What the long-run data show?*, „American Review”, vol. 76
- Friedman M. (1992), *Do old fallacies over die?*, „Journal of Economic Literature”, vol. 30
- Łaźniewska E., Górecki T., Chmielewski R. (2010), *Konwergencja regionalna*, Wyd. UEP
- Pellegrini G. (2002), *Proximity, Polarization, and Local Labour Market Performances*, „Networks and Spatial Economics”, vol. 2
- Quah D. (1993), *Empirical Cross-Section Dynamics in Economic Growth*, „European Economic Review”, vol. 37
- Sala-i-Martin X. (1990), *On growth and states*, PhD thesis, Harvard University
- Sala-i-Martin X. (1996), *The Classical Approach to Convergence Analysis*, „The Economic Journal”, vol. 106
- Wójcik P. (2004), *Konwergencja regionów Polski w latach 1990—2001*, „Gospodarka Polska”, nr 11—12

SUMMARY

The article is based on years of regional research conducted by the Authors. The paper presents results of regional convergence using Markov analysis. The paper is of theoretical and empirical nature. It presents theoretical aspects related to the use of Markov analysis. This method was used in the empirical part to provide a dynamic analysis of regional (NUTS 3) level in the period 1999 to 2008 according to GDP per capita.

РЕЗЮМЕ

Статья основана на многолетних региональных обследованиях проводимых авторами. В статье были представлены результаты обследований регионального сближения с использованием анализа Маркова. Статья имеет теоретическо-эмпирический характер. Были в ней представлены теоретические аспекты связанные с использованием анализа Маркова. В эмпирической части этот метод использовался для представления динамического регионального анализа (уровень NTS 3) в период 1999—2008 гг. по ВВП на душу населения.